ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

ВАРИАНТ 125101 для 10 класса

1. При проектировании фазосдвигающих трансформаторов иногда возникает необходимость вычисления величины $F = x+y$, где пара (x, y) является решением системы уравнений вида

$$\begin{cases} x^2 - xy = Ay, \\ 3xy - 3y^2 = Bx. \end{cases}$$

Найдите максимально возможное значение F при $A = 21$, $B = 7$.

2. Найдите количество всех решений в натуральных числах уравнения с тремя неизвестными

$$xyz + x + y + z = xy + xz + yz + 1002.$$

3. Планируется, что передатчик мыслей на расстоянии нового формата «Г-7» будет иметь пропускную способность на 2 Гбит/с больше, чем лучший из конкурентов, и передавать контрольный пакет мыслей объемом 60 Гбит на 5 с быстрее. Найдите пропускную способность передатчика мыслей формата «Г-7».

4. На сторонах BC и CD правильного шестиугольника $ABCDEF$ выбраны точки M и K соответственно. Точка M делит сторону BC в отношении $2:3$, считая от B, а треугольник MKC имеет периметр, равный длине двух сторон шестиугольника. Найдите градусную меру $\angle MFK$.

5. Некто взял все натуральные числа с 7 по 2022 и составил из них сначала произведения всевозможных пар различных множителей, затем всевозможных троек различных множителей, затем всевозможных четверок и т.д. После этого составил и вычислил сумму величин, обратных ко всем числам и всем произведениям

$$S = \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \ldots + \frac{1}{2022} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \ldots + \frac{1}{2021 \cdot 2022} + \ldots + \frac{1}{7 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot 2022}.$$

Объясните, как можно, не пользуясь калькулятором, вычислить значение S и найдите его.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

ВАРИАНТ 125102 для 10 класса

1. При проектировании фазосдвигающих трансформаторов иногда возникает необходимость вычисления величины $F = x+y$, где пара (x, y) является решением системы уравнений вида

$$\begin{cases} x^4 - xy^3 = Ay, \\ 2x^3y - 2y^4 = Bx. \end{cases}$$

Найдите максимально возможное значение F при $A = 14$, $B = 7$.

2. Найдите количество всех решений в натуральных числах уравнения с тремя неизвестными

$$xyz + x + y + z = xy + xz + yz + 1006.$$

3. После обильных снегопадов снегоплавильный комбинат переходит в режим работы «Авральный-03», в котором его производительность повышается на 2 м^3/ч по сравнению со штатным, а стандартный объем снега 120 м^3 плавится на 2 часа быстрее, чем в штатном режиме работы. Найдите производительность комбината в режиме «Авральный-03».

4. На сторонах AB и BC правильного шестиугольника $ABCDEF$ выбраны точки N и K соответственно. Точка K делит сторону BC в отношении $1:3$, считая от C, а треугольник NKB имеет периметр, равный длине двух сторон шестиугольника. Найдите градусную меру $\angle NEK$.

5. Некто взял все натуральные числа с 6 по 2021 и составил из них сначала произведения всевозможных пар различных множителей, затем всевозможных троек различных множителей, затем всевозможных четверок и т.д. После этого составил и вычислил сумму величин, обратных ко всем числам и всем произведениям

$$S = \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \ldots + \frac{1}{2022} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \frac{1}{6 \cdot 8} + \ldots + \frac{1}{2020 \cdot 2021} + \ldots + \frac{1}{6 \cdot 7 \cdot \ldots \cdot 2021}.$$

Объясните, как можно, не пользуясь калькулятором, вычислить значение S и найдите его.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

ВАРИАНТ 125091 для 9 класса

1. Некоторая ЛЭП протяженностью 13 км состоит из трех сегментов, длины которых образуют геометрическую прогрессию. Известно, что длина последнего из них равна 1 км. Найдите длину первого сегмента.

2. Найдите количество всех решений в натуральных числах уравнения с двумя неизвестными

$$mk = m + k + 202.$$

3. Для входа в центр управления необходимо подняться по наружной лестнице и сразу же спуститься по внутренней. Специально обученный сотрудник поднимается по лестнице вдвое быстрее, чем спускается и тратит на вход в центр 75% того времени, которое ему требуется для выхода. Определите длину внутренней лестницы, если суммарная длина двух лестниц составляет 7 метров.

4. Дан параллелограмм $ABCD$ с острым углом BAD, равным α, стороной AD, равной a, и высотой BH, также равной a. Пусть M – середина стороны AB и N – середина стороны BC. Проведём отрезки MC, MD, NA и ND. Обозначим через P точку пересечения отрезков MD и NA, через Q – точку пересечения отрезков MC и NA и через R – точку пересечения отрезков MC и ND. Найдите отношение площадей треугольников MPQ и NQR.

5. Некто взял все натуральные числа с 2 по 9 и составил из них сначала произведения всевозможных пар различных множителей, затем всевозможных троек различных множителей, затем всевозможных четверок и т.д. После этого к единице прибавил величины, обратные ко всем числам и всем произведениям, получив

$$S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{9} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{2\cdot 4} + \ldots + \frac{1}{8\cdot 9} + \ldots + \frac{1}{2\cdot 3\cdot \ldots \cdot 9}.$$

Объясните, как можно, не пользуясь калькулятором, вычислить значение S и найдите его.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

ВАРИАНТ 125092 для 9 класса

1. Некоторая ЛЭП состоит из пяти сегментов, длины которых образуют геометрическую прогрессию. Известно, что суммарная длина всех сегментов без первого равна 120 км, а всех без последнего 40 км. Найдите длину первого сегмента.

2. Найдите количество всех решений в натуральных числах уравнения с двумя неизвестными

$$mk = m + k + 122.$$

3. Для доступа к распределительной подстанции необходимо спуститься от дежурного поста в овраг, а затем частично подняться на его противоположный склон. Длина такого пути составляет 36 м. Дежурный спускается втрое быстрее, чем поднимается. При этом, на дорогу туда тратится 80% того времени, которое требуется на обратный путь. Определите длину подъема со дна оврага до подстанции.

4. Дан прямоугольник $ABCD$ со сторонами $|AB| = a$ и $|BC| = b$ $(b < a)$. Пусть M – середина стороны AB и N – середина стороны BC. Проведём отрезки MC, MD, NA и ND. Обозначим через P точку пересечения отрезков MD и NA, через Q – точку пересечения отрезков MC и NA и через R – точку пересечения отрезков MC и ND. Найдите отношение площадей треугольников MPQ и NQR.

5. Некто взял все натуральные числа с 4 по 11 и составил из них сначала произведения всевозможных пар различных множителей, затем всевозможных троек различных множителей, затем всевозможных четверок и т.д. После этого к единице прибавил величины, обратные ко всем числам и всем произведениям, получив

$$S = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \ldots + \frac{1}{11} + \frac{1}{4\cdot 5} + \frac{1}{4\cdot 6} + \ldots + \frac{1}{10\cdot 11} + \ldots + \frac{1}{4\cdot 5\cdot \ldots \cdot 11}.$$

Объясните, как можно, не пользуясь калькулятором, вычислить значение S и найдите его.